سوال:

فرض کنید یک تبدیل خطی از فضای برداری به فضای برداری می باشد. اثبات کنید که برد (Range) این تبدیل، زیرفضایی از فضای برداری می باشد.

پاسخ:

از آنجایی که تبدیل خطی می باشد، می توان گفت می شود، بنابراین در برد این تبدیل قرار دارد. همچنین از آنجایی که می باشد، می توان گفت که به ازای هر بردار و ، بردار نیز در برد این تبدیل قرار می گیرد. در آخر، در صورتی که یک مقدار عددی دلخواه باشد، بنابراین به دلیل خطی بودن تبدیل می توان بیان کرد که بنابراین به ازای هر بردار ، بردار نیز در برد این تبدیل خواهد بود. بنابراین چون هر سه شرط زیرفضا بودن، اثبات شد، بنابراین برد این تبدیل خطی یک زیرفضا از فضای برداری می باشد.